



Business Intelligence

PUC
RIO

Kauê Felipe Freitas

Acompanhamento de compromissos em blocos exploratórios através de um indicador utilizando Lógica Fuzzy

Monografia de Final de Curso

29/12/2011

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica da PUC/Rio como parte dos requisitos para a obtenção do título de Especialização em Business Intelligence.

Orientador: Prof. André Vargas Abs da Cruz

*Aos meus pais Jefether e Marly,
ao meu irmão Jonatha
e à minha querida esposa Livia.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a empresa Petrobrás que me proporcionou a oportunidade de realizar este curso de pós-graduação que me conduziu a este trabalho.

Também ao engenheiro de produção Régis Yuzo Mori Alves da Silva pelos conhecimentos transferidos sobre o problema bem como ao geólogo Luciano Arantes Rezende Costa que apoiou todo este trabalho e sistema aqui utilizado.

Muitos agradecimentos também a minha coordenadora, a analista de sistemas Luciane Pierri de Mendonça Nobre pelas colaborações e ajudas; e ao meu amigo, também analista de sistemas Renato Gonçalves por sua disposição e ajudas sempre que foi necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Com a formalização da Lei número 9.478/1997 que regulamenta as atividades que integram a indústria do petróleo e gás natural e a dos biocombustíveis no Brasil, ficou definido que as empresas para participar de uma licitação de um Bloco devem oferecer um Programa Exploratório Mínimo que deverá ser cumprido durante a fase exploratória deste bloco. Como as maiores empresas de petróleo no Brasil atualmente tem dezenas de blocos ativos existe uma dificuldade de acompanhar todos estes programas para verificar o real andamento e quais são as dificuldades ou problemas que estão impedindo o bom andamento do mesmo. Tendo em vista este problema este trabalho tem por objetivo gerar um indicador para a situação em cada um dos blocos de forma a facilitar a identificação de quais estão em situação mais crítica. Para isto foi utilizada uma técnica de inteligência computacional conhecida como "Logica Fuzzy" para gerar estes indicadores. Posteriormente, os resultados obtidos poderão ser visualizados em mapas bidimensionais de forma a contextualização das estruturas hierárquicas, propiciando uma rápida tomada de decisão.

ABSTRACT

With the formalization of Law 9.478/1997 that regulates activities that integrate the oil and natural gas and biofuels in Brazil, it was agreed that the companies willing participate in an auction of a block should provide a Minimum Work Program which must be fulfilled during the exploratory phase of this block. As the largest oil companies in Brazil currently has dozens of active blocks is hard to follow all of these programs to check the real progress and what are the difficulties or problems that are preventing the proper conduct of the same. In view of this problem this paper aims to generate an indicator for the situation in each of the blocks in order to facilitate the identification of which are more critical situation. For this we used a computational intelligence technique known as "fuzzy logic" to generate these indicators. Subsequently, the results can be viewed in two-dimensional maps in order to contextualize the hierarchical structures, providing a quick decision.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	7
1.1.	MOTIVAÇÃO.....	7
1.2.	OBJETIVOS DO TRABALHO.....	9
1.3.	DESCRIÇÃO DO TRABALHO	9
1.4.	ORGANIZAÇÃO DA MONOGRAFIA.....	10
2.	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	12
3.	METODOLOGIAS	14
3.1.	FUNDAMENTOS	14
3.2.	SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY.....	16
3.3.	OPERADORES.....	17
3.3.1.	Interseção Fuzzy ou AND lógico.....	17
3.3.2.	União Fuzzy padrão ou OR lógico	18
3.3.3.	Complemento ou o NOT lógico.....	19
3.4.	IMPLICAÇÃO FUZZY.....	19
3.5.	DEFUZZIFICAÇÃO	20
4.	ARQUITETURA DO SISTEMA PROPOSTO.....	21
4.1.	GERAÇÃO DE UM INDICADOR DE CUMPRIMENTO DO PEM.....	21
4.2.	VARIÁVEIS DE ENTRADA E SAÍDA	22
4.3.	FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA PARA O PROBLEMA EM ESTUDO	23
4.4.	AValiação de regras de inferência.....	26
4.5.	OPERADORES FUZZY	28
4.6.	FERRAMENTAS UTILIZADAS.....	29
5.	RESULTADOS	30
6.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	32
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	33

1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

A lei do petróleo (Lei número 9.478/1997) aprovada em agosto de 1997 pelo Congresso Nacional dispõe sobre a política energética do Brasil. Esta lei formalizou a regulamentação das atividades que integram a indústria do petróleo e gás natural e a dos biocombustíveis no Brasil (BORGES e CASTRO, 2003). Além disto, esta foi responsável pela criação da ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis) como sendo a principal responsável pela contratação, regulação e fiscalização das atividades econômicas da indústria do petróleo em todo território nacional.

Uma das atribuições da ANP está a de promover licitações e celebrar contratos em nome da União com os concessionários em atividades de exploração, desenvolvimento e produção de petróleo e gás natural. Para participar de uma licitação as empresas entregam envelopes lacrados que devem conter uma oferta de bônus de assinatura, um programa de investimentos mínimos em exploração na área e uma porcentagem de bens e serviços a serem adquiridos de empresas instaladas no Brasil.

No termino das rodadas de licitações são formalizados contratos de concessões entre a ANP e as empresas da indústria de petróleo. A fase de exploração compreendida na maioria destes contratos prevê atividades exploratórias de uma “área de concessão” ou um bloco delimitado por um polígono definido nos editais da licitação. Esta dura normalmente de três a oito anos e é dividida em períodos, nos quais cada um tem associado um Programa Exploratório Mínimo (PEM) (ANP, 2011).

O PEM é mensurado em unidades de trabalho que serão convertidas em atividades exploratórias, tais como sísmica 2D e 3D, métodos potenciais e poços exploratórios. A quantidade de trabalho a ser realizada pela empresa deverá ser a quantidade do programa ofertado para a ANP no momento da licitação do bloco. Para prosseguir para um próximo período exploratório uma empresa deverá ter realizado todos os compromissos do PEM.

Ao vencer uma licitação para que seja assinado um contrato de concessão, o concessionário deverá apresentar, além do PEM que se propõe a cumprir, algumas garantias financeiras para respaldá-lo. Estas podem ser em forma de carta de crédito ou certificado de desempenho de obrigações. Se o

concessionário não cumprir o PEM, a ANP ficará autorizada a executar tais cartas de crédito ou certificados de desempenho de obrigações contratuais como compensação por tal descumprimento. Isto pode acarretar ainda em penalidades tais como advertência, multa e suspensão temporária do direito de participar de futuras licitações para a obtenção de novas concessões e de contratar com a ANP.

Fica então claro que a controlar de perto o cumprimento destas obrigações contratuais é de extrema importância e este processo deve ser acompanhado durante todo o período de concessão. Como existem alguns fatores que podem influenciar neste cumprimento de PEM, pode ser arriscado avaliar o andamento do mesmo somente com base na intuição. Assim, surge então a necessidade de utilização de técnicas que apoiem os gerentes nas avaliações deste progresso.

Provavelmente devido à confidencialidade dos dados envolvidos não foi encontrado nenhum trabalho referente a técnicas de acompanhamento de PEM. Cada empresa hoje tem a sua forma de controlar e avaliar o contrato de um bloco, porém é uma avaliação pessoal de uma (ou mais) pessoa(s) que pode ser muito pessoal. É de suma importância que a empresa esteja sempre revendo se a quantidade de trabalho realizado até o momento está progredindo em uma boa velocidade para cumprimento total do acordado, desta forma evitando que se sobrecarregue o final do contrato ou até mesmo sofrer uma penalidade caso o mesmo não seja realizado conforme acordado.

Neste projeto desenvolveu-se uma proposta na qual geramos indicadores da situação do bloco. Foi utilizado um sistema de inferência Fuzzy para o problema em questão. A opção escolhida de raciocínio Fuzzy foi tomada, pois a mesma pode ser utilizada como um mecanismo muito eficiente para tratar com dados incompletos ou imprecisos e com conhecimento expresso em termos lingüísticos, como é o caso de algumas das variáveis que contextualizam a situação do bloco.

A princípio a Lógica Fuzzy foi proposta ajudar na solução de problemas de automação e controle, porém, mais tarde ocorreu uma expansão do conhecimento nesta área e hoje em dia, podemos encontrar os mais variados tipos de aplicações em diferentes áreas tais como geoprocessamento, medicina e apoio à tomada de decisão (CHENG, 2001). O termo “Lógica Fuzzy” tem sido utilizado em dois sentidos: num sentido restrito, quando se refere aos processos de inferência tal qual a Lógica Clássica ou num sentido amplo, quando se refere

a um conjunto de teorias e métodos baseados na Teoria dos Conjuntos Fuzzy (DVORAK, HABIBALLA, et al., 2003).

1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo principal deste trabalho é propor a geração de um indicador que descreva a situação da empresa Petrobrás com relação às suas responsabilidades em cada bloco contratado, mais especificamente sobre os compromissos do programa exploratório mínimo.

Iremos aqui propor a construção de um sistema de inferência Fuzzy para a geração do indicador da situação do bloco. O raciocínio Fuzzy, também conhecido como “raciocínio aproximado”, pode ser utilizado como um mecanismo muito eficiente para tratar com dados incompletos ou imprecisos e com conhecimento expresso em termos linguísticos, o que se pode observar que é o caso das variáveis que envolvem a situação do bloco.

Considerando ainda, que é possível atribuir valores linguísticos aos conjuntos Fuzzy, o que torna as regras obtidas mais claras e compactas. Por exemplo, na configuração com cinco conjuntos Fuzzy, a situação de um bloco poderia ser classificada como muito crítica, crítica, controlada, confortável ou muito confortável.

1.3. DESCRIÇÃO DO TRABALHO

O desenvolvimento dessa monografia envolveu cinco etapas que serão detalhadas a seguir:

- Estudo da Legislação de Petróleo e Gás Natural;
- Definição do problema;
- Estudo de sistemas de inferência Fuzzy;
- Desenvolvimento de um modelo genérico de extração de regras Fuzzy;
- Estudo de Casos.

Ao iniciar o trabalho foi necessário pesquisar as regras existentes referentes a compromissos exploratórios para um maior aprofundamento do assunto. Para isto foi necessário à busca de informações em legislações e documentos oficiais da Agência Nacional de Petróleo, principalmente na documentação referente à Lei nº 9.478/1997 - a Lei do Petróleo.

Após o entendimento da legislação foi necessário observar quais eram as soluções existentes para controles do Programa Exploratório Mínimo de um Bloco Exploratório e quais eram os pontos mais falhos nestes controles. Para melhor entendimento nesta fase foi necessário o contato com os envolvidos no processo, tais como engenheiros de petróleo e geólogos. Neste momento ficou claro como as informações importantes do bloco estavam espalhadas e não existe uma forma de se ter uma visão geral da situação de um bloco o que acaba dificultando a percepção dos gestores para identificar o quanto um PEM estava atrasado.

Já o estudo de sistemas de inferência Fuzzy envolveu a busca de uma solução para o problema. Para isso foi feito um levantamento bibliográfico sobre Lógica Fuzzy para maior aprofundamento do mesmo e de como deveríamos tratar as variáveis de entrada do sistema.

Após o estudo foi desenvolvido um modelo genérico de extração de regras Fuzzy a partir de informações coletadas no site da ANP e de informações obtidas dos técnicos responsáveis pelo controle do PEM.

E por último foi feito um estudo de caso, considerando os blocos ativos de duas das maiores bacias em que a Petrobras tem alguma participação, empregando as técnicas aqui estudadas. Logo em seguida feito uma discussão dos resultados em cima destes resultados para maior esclarecimento.

1.4. ORGANIZAÇÃO DA MONOGRAFIA

Esta monografia está dividida em cinco capítulos adicionais, além da presente Introdução, da Conclusão e das Referências Bibliográficas (Capítulos 1, 6 e 7, respectivamente).

O Capítulo 2 apresenta brevemente os fundamentos do problema de se diagnosticar a situação de cada bloco. Para isto é detalhado quais são os problemas que normalmente ocorrem no atual cenário da empresa e como estas informações estão distribuídas na mesma, mostrando como ele é realizado atualmente.

O capítulo 3 versa sobre a técnica que será utilizada para ajudar os gestores a acompanhar e tentar resolver o problema, no caso a Lógica Fuzzy. Neste será apresentado uma revisão sobre os conceitos, definições e técnicas utilizadas em Lógica Fuzzy.

Já no capítulo 4 são apresentados os detalhes da aplicação da técnica de inteligência computacional ao problema escolhido, ou seja, a implementação da ferramenta de apoio à decisão. Além disto, este capítulo introduz uma consideração sobre as variáveis que são apropriadas neste diagnóstico, descrevendo como um sistema de inferência Fuzzy pode ser utilizado na busca da solução para este problema.

Em seguida o capítulo 5 apresenta os resultados em cima de um estudo de caso, considerando todos os blocos ativos de duas das maiores bacias em que a Petrobras tem alguma participação.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e identifica possíveis trabalhos futuros.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Algumas restrições e problemas devem ser tratados para que se possam realizar as atividades exploratórias em um determinado bloco de um contrato de concessão. É bem comum acontecer algum problema, tal como, não existir um número suficiente de sondas disponíveis para que possa ser atendida a perfuração de todos os poços de compromisso em um determinado momento. Mais grave que isto é que atualmente as garantias providas por instituições financeiras não estão fáceis de conseguir como antigamente. Muito pelo contrário, conseguir estas garantias está se tornando cada vez mais difícil devido à grande quantidade de blocos exploratórios que existem atualmente em desenvolvimento para as diversas empresas que existem atuando neste ramo. Tendo em vista este cenário, fica claro que é muito importante que os gestores tenham formas fáceis de diagnosticar a situação das áreas nas quais ele é o responsável, para que possa atuar de forma estratégica na mesma.

Na Petrobras as equipes responsáveis pelo planejamento e pela execução das atividades exploratórias nos blocos contratados estão espalhadas por todo o Brasil. Existem polos tanto na sede no Rio de Janeiro bem como nas outras grandes capitais, totalizando oito unidades. Cada uma destas unidades tem os seus próprios mecanismos para acompanhar e controlar a realização destas atividades.

No momento que um gerente nacional precisa acompanhar a situação de todos os blocos ativos uma grande quantidade de tempo e esforço se faz necessário. As informações partem dos diversos pontos da empresa e tem que ser agrupada para posterior análise, porém como cada um tem seu controle isto chega nos mais diversos formatos, o que dificulta a sua compilação.

Ou seja, hoje o problema é que o controle em cima das obrigações contratuais não tem nenhum padrão formalizado e está atualmente descentralizado. Isto torna impossível ter uma visão geral da situação da empresa facilmente, tanto em nível de Brasil como no contexto de apenas uma bacia geológica.

Devido a este quadro um grupo de gerentes nacionais resolveu patrocinar recentemente a implementação e a utilização de um novo sistema para o cadastro das atividades já executadas e legalmente válidas em cada bloco informando no caso quais destas atividades deveriam ser utilizadas para abater o compromisso do Programa Exploratório Mínimo.

Após a implementação deste sistema, estes mesmos gerentes solicitaram a criação de um painel que permitisse aos mesmos um melhor acompanhamento da situação dos blocos exploratórios. De forma que se ficasse mais fácil à forma de visualizar o andamento dos compromissos com a ANP e também a identificar quanto do potencial da carteira exploratória já foi testado. Além disto, este painel poderia ser um forte apoio para tomadas de decisão quando for preciso tomá-las rapidamente.

Além desta análise de que ponto a empresa se encontra em relação ao PEM, existem mais fatores interessantes de serem acompanhados. Outros fatores que poderiam ser verificados seriam, por exemplo, saber em quais blocos existe necessidade da renovação das garantias financeiras ou até mesmo saber qual bloco está com problema com a obtenção de licença ambiental. Ou ainda, mesmo já tendo sido cumprido o compromisso com a ANP, qual o potencial remanescente no bloco que ainda precisa ser testado. Porém estas abordagens não serão tratadas neste trabalho.

3. METODOLOGIAS

A Teoria de Conjuntos Fuzzy e os Conceitos de Lógica Fuzzy podem ser utilizados para traduzir em termos matemáticos a informação imprecisa expressa por um conjunto de regras lingüísticas. Se um operador humano for capaz de articular sua estratégia de ação como um conjunto de regras de forma “se... então”, um algoritmo passível de ser implementado em computador pode ser construído. O resultado é um sistema de inferência baseado em regras, no qual a Teoria de Conjuntos Fuzzy e Lógica Fuzzy fornecem o ferramental matemático para se lidar com as tais regras lingüísticas. (TANSCHKEIT, 2011)

Em 1965 o matemático de origem iraniana Lotfi Asker Zadeh, professor da Universidade de Berkley / Estados Unidos, introduziu a teoria de conjuntos Fuzzy (ZADEH, 1965), com a principal intenção de dar um tratamento matemático a certos termos lingüísticos subjetivos. Estes objetos possuem fronteiras não precisas. Este foi o primeiro passo que favoreceu a possibilidade de programar e guardar conceitos vagos em computadores, permitindo assim a produção de cálculos com informações imprecisas, tendo portando habilidade de raciocinar de forma semelhante à dos humanos.

O termo “Fuzzy”, de origem inglesa, tem como tradução: nebuloso, incerto, impreciso, etc. Mas, nenhum destes termos tem forte poder como o sentido que a palavra Fuzzy em inglês possui. Notamos também que muitos os países têm usado a palavra “Fuzzy” sem traduzir a mesma. Por isto também não irei traduzir a mesma e usaremos este termo ao longo do trabalho.

Para diferenciar os conjuntos Fuzzy dos conjuntos clássicos (não-Fuzzy) será utilizado o termo conjunto crisp, comumente encontrado na literatura sobre Lógica Fuzzy, ou seja, nítido, claro, resoluto, incisivo, etc.

3.1. FUNDAMENTOS

É importante ressaltar que a Lógica Fuzzy não exclui a Lógica Clássica, pelo contrário, ela é considerada uma extensão da Teoria Clássica dos Conjuntos. (MORAES, 2008). Conforme dito grande parte da teoria de Conjuntos Fuzzy é uma extensão da teoria dos Conjuntos Tradicionais. A principal característica que distingue os conjuntos crisp dos conjuntos Fuzzy está na relação de pertinência.

Nesta teoria clássica dos conjuntos, o conceito de pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definido. Dado um conjunto A em um universo

X , os elementos deste universo simplesmente pertencem ou não pertencem àquele conjunto (MENDONÇA, 2009). Isso pode ser expresso pela função característica f_a onde:

$$f_a(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in A \\ 0 & \text{se e somente se } x \notin A \end{cases}$$

De forma a se obter a formalização matemática de um conjunto Fuzzy, Zadeh se baseou neste fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por esta sua função característica. Permitindo uma espécie de “relaxamento” no conjunto imagem da função característica de um conjunto foi que Zadeh formalizou matematicamente um subconjunto Fuzzy. Sua caracterização é mais ampla, generalizando esta função de modo que ela pudesse assumir um número infinito de valores no intervalo $[0,1]$.

Uma notação comumente utilizada para representar a função de pertinência de um conjunto A é denotada por μ_A , isto é,

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$

Conforme a notação indica, o grau de pertinência é usualmente um número real entre zero (não pertinência) a um (total pertinência).

É comum confundir o conceito de pertinência com o conceito probabilidade, porém estão são totalmente diferentes. Pertinência é o nível de compatibilidade de um elemento do conjunto com o conceito do conjunto. Como exemplo falar que “João é jovem com $\mu = 0.90$ ”; indica que João é bem compatível com o conceito JOVEM, ou seja, temos uma idéia da idade de João. Por outro lado ao afirmarmos que “João tem 0.85 de probabilidade de ser JOVEM”; indica que João tem grandes chances de ser JOVEM, porém não temos a menor idéia de qual a idade de João.

Os conjuntos Fuzzy podem ser descritos por uma função matemática contínua ou discretamente por um par de valores (valores numéricos da variável linguística, e, correspondentes graus de pertinência):

$$F_A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\},$$

onde $\mu_A(x)$ define um grau de pertinência da variável x em um conjunto Fuzzy A .

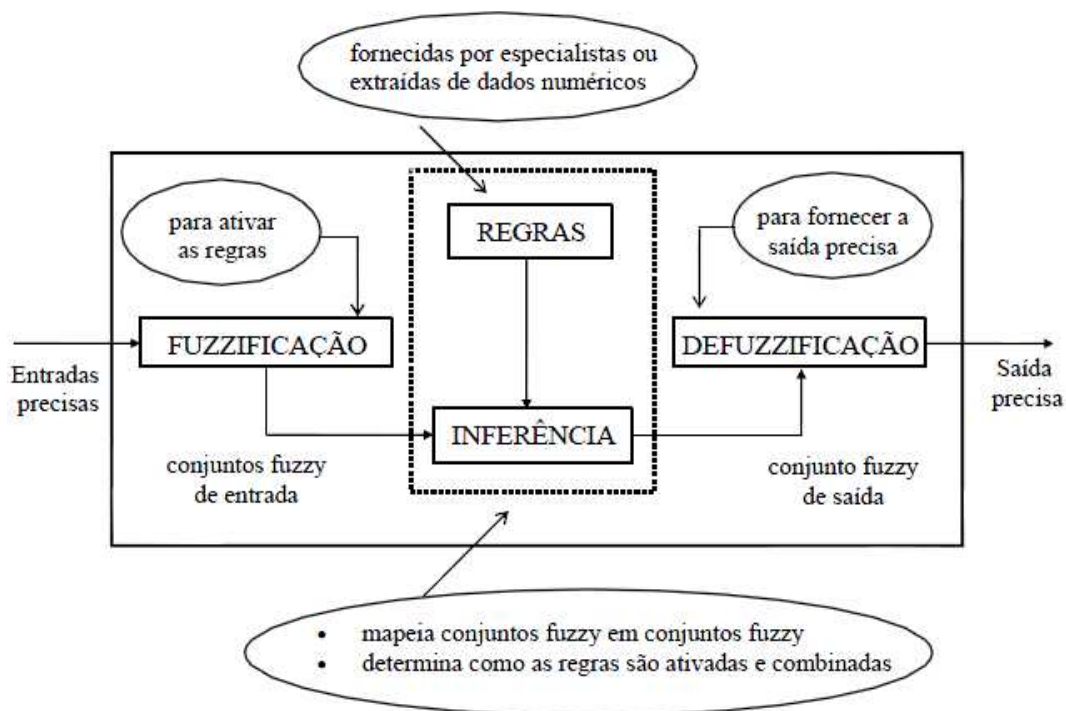
São geradas funções de pertinência a partir de cada variável de entrada e estas definem como cada ponto do espaço de entrada é mapeado para um conjunto dado. Nos sistemas especialistas Fuzzy o raciocínio Fuzzy é usado

como um processo de inferência da formulação do mapeamento de uma dada entrada em uma saída usando um conjunto de regras “se-então”. O mapeamento provê então a base a partir da qual as decisões podem ser feitas ou, no nosso caso, os diagnósticos podem ser gerados.

Um dos métodos mais usados na metodologia Fuzzy é o método de inferência de Mandani. Os primeiros relatos são do seu uso nos primeiros sistemas de controle construído com teoria de conjuntos Fuzzy. Em 1975, foi proposto por Ebrahim Mandani (MANDANI, 1977). Esta inferência prevê que as funções de pertinência de saída sejam conjuntos Fuzzy. Após ser realizada a operação de avaliação da regra do processo de agregação, existe um conjunto Fuzzy para cada variável de saída que necessita ser defuzzificada, ou seja, precisa ser traduzida para valores do mundo real.

3.2. SISTEMA DE INFERÊNCIA FUZZY

Um Sistema de Inferência Fuzzy é mostrado na figura abaixo, onde estão identificadas as funções de cada bloco.



Neste Sistema de Inferência Fuzzy, consideram-se entradas não-Fuzzy, ou precisas – resultantes de medições ou observações -, que é o caso da grande maioria das aplicações práticas. Com isto, se faz necessário efetuar um

mapeamento destes dados precisos para os conjuntos Fuzzy (de entrada) relevantes, o que ocorre na fase de fuzzificação.

O conjunto Fuzzy de saída obtido através do processo de inferência, no estágio de defuzzificação, deve sofrer uma interpretação dessa informação. Isto ocorre, pois em aplicações práticas, geralmente são requeridas saídas precisas.

As regras podem ser fornecidas por especialistas, em forma de sentenças linguísticas, e se constituem em um aspecto fundamental no desempenho de um sistema de inferência Fuzzy.

Ou seja, de forma resumida podemos dizer que o processo de inferência Fuzzy envolve as seguintes operações:

- Fuzzificação: tradução de valores do mundo real para valores Fuzzy;
- Avaliação de um conjunto de regras: cálculo da força de ativação de uma regra baseado na própria regra e nas entradas do sistema;
- Defuzzificação: o oposto da fuzzificação, ou seja, a tradução dos valores Fuzzy de volta para o mundo real.

3.3. OPERADORES

Conforme definido anteriormente, a teoria dos Conjuntos Fuzzy é uma extensão da teoria dos Conjuntos Tradicionais. Assim, as principais operações e relações entre Conjuntos Fuzzy são definidas como extensão das operações e relações tradicionais.

3.3.1. Interseção Fuzzy ou AND lógico

A interseção de dois conjuntos Fuzzy A e B é especificada, em geral, por uma operação binária num intervalo unitário, isto é, uma função da forma:

$$i = [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Segundo (KLIR e YUAN, 1995), para que uma função i definida para o par domínio/contradomínio possa se qualificar para representar uma interseção Fuzzy, ela precisa atender algumas propriedades, que asseguram que os conjuntos Fuzzy produzidos por i são intuitivamente aceitos como interseções Fuzzy significativas para qualquer par de conjuntos Fuzzy. A literatura tem mostrado que as t-normas tem sido amplamente estudadas como possuindo esta característica. De fato, a classe das t-normas é geralmente aceita como equivalente a classe dos operadores Fuzzy. Uma t-norma, por sua vez, deve

satisfazer as seguintes propriedades: monotonicidade, comutatividade, associatividade e atender a condição de fronteira: $i(a, 1) = a$.

Alguns exemplos de t-normas freqüentemente utilizadas como funções de interseção Fuzzy são:

- **Interseção padrão:** $i(a, b) = \min(a, b)$
- **Produto Algébrico:** $i(a, b) = a \cdot b$
- **Diferença limitada:** $i(a, b) = \max(0, a + b - 1)$
- **Interseção drástica:** $i(a, b) = \begin{cases} a, & \text{quando } b = 1 \\ b, & \text{quando } a = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

3.3.2. União Fuzzy padrão ou OR lógico

Pode-se estabelecer uma analogia entre a discussão para a seleção dos operadores Fuzzy para interseção e para a união. A união de dois conjuntos Fuzzy também é especificada por uma função:

$$u = [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

O argumento para esta função é o par constituído do grau de pertinência de um elemento x num conjunto Fuzzy A e o grau de pertinência deste mesmo elemento num conjunto B . A função retorna o grau de pertinência do elemento no conjunto $A \cup B$. Assim,

$$(A \cup B)(x) = u[A(x), B(x)], \forall x \in X$$

As propriedades que u precisa satisfazer para ser intuitivamente aceita como uma união Fuzzy são exatamente as mesmas propriedades das funções que são conhecidas na literatura como as t-conormas.

Uma interseção Fuzzy ou uma t-conorma u é uma operação binária num intervalo unitário que satisfaz, ao menos, as seguintes propriedades: monotonicidade, comutatividade, associatividade e atender a condição de fronteira: $u(a, 0) = a$.

Alguns exemplos de t-conormas que são freqüentemente utilizadas como uniões Fuzzy:

- **União padrão:** $u(a, b) = \max(a, b)$
- **Soma Algébrico:** $u(a, b) = a + b - (a \cdot b)$
- **Soma limitada:** $u(a, b) = \dots$

- **União drástica:** $u(a, b) = \begin{cases} a, & \text{quando } b = 0 \\ b, & \text{quando } a = 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

3.3.3. Complemento ou o NOT lógico

Corresponde ao grau de verdade da pertinência para o complemento do conjunto. É definido como:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

3.4. IMPLICAÇÃO FUZZY

Outra importante operação lógica é a implicação. Esta é tão essencial para o raciocínio aproximado quanto ela é essencial na lógica clássica bivalorada (verdadeiro ou falso). Em geral, uma implicação Fuzzy J é uma função na forma:

$$J: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1],$$

que para quaisquer valores verdade (a, b) das proposições Fuzzy dadas (p, q), respectivamente, define o valor verdade J(a, b), da proposição condicional “se p então q”.

Uma maneira de se definir J na lógica clássica é através da fórmula lógica:

$$J(a, b) = \bar{a} \vee b, \forall a, b \in [0,1].$$

Quando se estende esta fórmula para a lógica Fuzzy, interpreta-se a disjunção e negação como uma união Fuzzy (t-conorma) e um complemento Fuzzy, respectivamente. Isto resulta na definição de J na lógica Fuzzy pela fórmula:

$$J(a, b) = u(c(a), b), \forall a, b \in [0,1],$$

onde u e c designam as operações de união e complemento, respectivamente.

Outra maneira de se definir J na lógica clássica é o emprego da fórmula:

$$J(a, b) = \max\{x \in [0,1] \mid a \wedge x \leq b\}, \forall a, b \in [0,1].$$

Interpretando a conjunção nesta fórmula como uma interseção Fuzzy (t-norma), J na lógica Fuzzy é então definida pela fórmula estendida:

$$J(a, b) = \sup\{x \in [0,1] \mid i(a, x) \leq b\}, \forall a, b \in [0,1],$$

onde i denota uma interseção Fuzzy contínua.

3.5. DEFUZZIFICAÇÃO

A operação de defuzzificação corresponde à conversão do conjunto de saída em um valor crisp. Este valor gerado é, em certo sentido, o melhor representante do conjunto de saída.

Encontramos na literatura alguns diferentes métodos de defuzzificação. Dependendo do método selecionado podemos chegar a resultados distintos. Os três métodos mais comumente utilizados são:

- Centróide ou centro de gravidade
- Centro dos máximos
- Média dos máximos

No método centro de gravidade a saída é o valor no universo que divide a área sob a curva da função de pertinência em duas partes iguais. Já no caso da média a saída precisa é obtida tomando-se a média entre os dois elementos extremos no universo que correspondem aos maiores valores da função de pertinência do consequente.

4. ARQUITETURA DO SISTEMA PROPOSTO

4.1. GERAÇÃO DE UM INDICADOR DE CUMPRIMENTO DO PEM

Para acompanhamento da situação dos blocos exploratórios foi pesquisada diferentes maneiras de expressar várias informações combinadas de forma clara e sintética. Além disto também era importante que, sabendo o diagnóstico da situação de um bloco, pudessem ser realizadas operações de imersão na informação, pode ver seus detalhes (drill down) facilmente.

Foi verificado que um dos recursos mais modernos usados como porta de entrada para se exibir informações hierárquicas são os treemaps. Treemaps são mapas bidimensionais que facilitam a visualização de estruturas hierárquicas para propiciar uma rápida tomada de decisão. Tais mapas exploram conceitos básicos de ergonomia que estabelecem que o ser humano foque inicialmente seu olhar em figuras grandes para só depois atentar para figuras menores. As dimensões (área da figura) e cor são utilizadas para codificar os atributos (importância econômica, desempenho, entre outros) dos nodos folhas. Com essas informações, essa ferramenta gráfica permite uma rápida análise de nodos e subárvores facilitando comparações e permitindo a detecção de padrões e exceções. (PRATES, 2008)

No caso em questão do nosso problema as hierarquias são representadas através de retângulos que contêm outros retângulos. Como para no caso é interessante se representar os blocos ativos por bacia geológica usaremos este recurso, uma vez que os blocos pertencem a bacias geológicas. Em um treemap, uma ou mais bacias poderiam ser exibidas ao mesmo tempo.

Os Treemaps aproveitam todo o espaço disponível da tela para exibir informação. Em um único treemap, indicadores para todos os blocos ativos poderiam ser exibidos. Retângulos maiores poderiam representar bacias geológicas, e, retângulos de diversos tamanhos, em seu interior, blocos nelas localizados. A área de cada retângulo interno é feita proporcional à importância econômica do bloco, dada, por exemplo, pelo volume de hidrocarboneto não riscado que se espera recuperar de tal bloco ou o valor da multa a ser paga em caso de perda do direito de continuar a explorá-lo.

A cor do bloco será utilizada para indicar a situação do mesmo. Esta cor variará de tons de verde a tons de vermelho passando pelo amarelo e representará a situação do bloco. Quanto mais vermelho, mais crítica esta situação, ao passo que quanto mais verde, mais confortável ela estará.

Posicionando-se o cursor sobre um bloco, um resumo do seu diagnóstico poderia ser exibido. Ao clicar sobre ele, ficariam disponíveis informações com detalhamento da sua situação para escrutínio.

A proposta deste trabalho é a construção de um sistema de inferência Fuzzy para a geração do indicador da situação do bloco, que poderá ser mapeado em uma cor em um treemap. Conforme dito anteriormente, o raciocínio Fuzzy pode ser utilizado como um mecanismo muito eficiente para tratar com dados incompletos ou imprecisos e com conhecimento expresso em termos linguísticos. Termos linguísticos também são muito apropriados ao se comparar o status de um bloco com o do outro. Por exemplo, poderia-se dizer que a situação de um bloco é muito mais crítica que a de um outro bloco.

A teoria de conjuntos Fuzzy permite uma estimativa gradual da pertinência de elementos a um conjunto e oferece um formalismo para descrever tais variáveis lingüísticas na forma de conjuntos Fuzzy. O conceito de graus de pertinência é utilizado para representar a sobreposição do significado de tais termos lingüísticos.

4.2. VARIÁVEIS DE ENTRADA E SAÍDA

Neste sistema será avaliada quatro variáveis que serão descritas a seguir. Três delas serão variáveis de entrada e uma será de saída. São elas:

- **Tempo Remanescente:** conforme indica o nome é o tempo remanescente até o vencimento do período de compromisso ativo. Esta informação é expressa de forma clara, *crisp*, como o número de dias até o vencimento oficial para a conclusão das atividades associadas ao programa de trabalho ofertado à ANP, para o período corrente do bloco exploratório.
- **Esforço Remanescente:** é definido como sendo a quantidade de esforço físico remanescente a ser executada no bloco. O esforço físico pode ser expresso na “moeda” de negociação com a ANP, utilizada desde a quinta rodada de leilões, as Unidades de Trabalho (UTs). Para cada bloco, a Agência publica uma tabela em que é expressa a correspondência entre as atividades físicas e as UTs. Por exemplo, um poço poderia corresponder a 1000 UTs, 1 km de sísmica 2D a 0,08 UTs e 1 km² de sísmica 3D a 0,16 UTs. Podemos utilizar esta mesma referência para contabilizar o esforço físico, explicitamente solicitado pela ANP desde a rodada inicial até a quarta.

- **Prorrogação:** é a possibilidade de se prorrogar o vencimento do período corrente junto a ANP. Esta variável já incorpora certa medida de incerteza. Muitas vezes as empresas percebem a necessidade de renegociar seus compromissos, seja pela indisponibilidade de equipamentos, pela falta de licença ambiental específica para a realização de uma das atividades previstas ou por qualquer motivo inesperado. Para um bloco que se necessita estender a data de vencimento de um período, esta prorrogação pode estar com status de planejada, já iniciada e quase certa (oficial).
- **Situação Bloco:** é a situação do bloco tendo em vista a ameaça de perda do direito de prosseguir nele desenvolvendo atividades exploratórias. Sem dúvida, de forma corriqueira a situação de um bloco é explicitada com a utilização de termos lingüísticos, tais como: crítica, muito crítica, controlada, confortável, dentre outras.

Utilizando-se a operação de defuzzificação, esta variável poderá ser transformada num indicador.

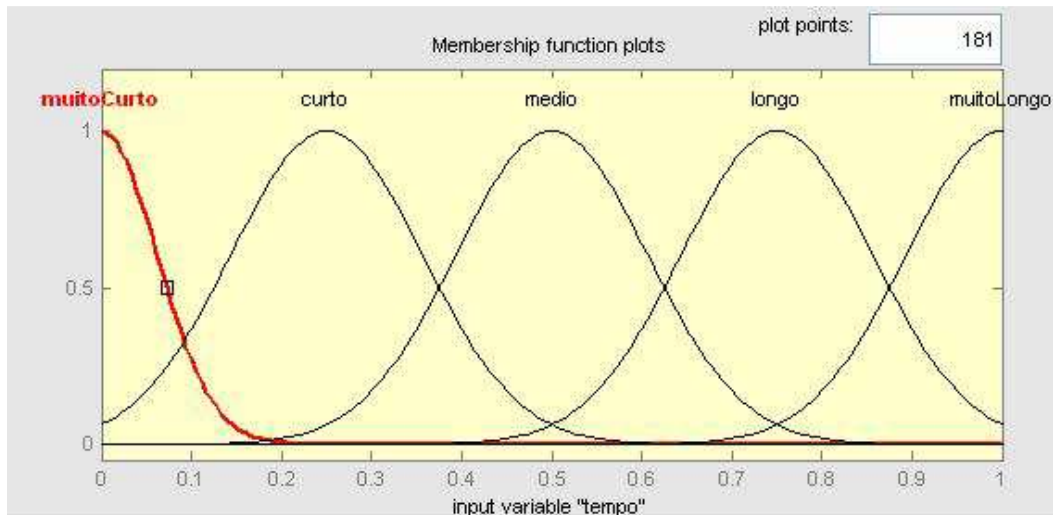
A seguir passamos a descrever, quais as operações selecionadas na implementação da solução do problema em consideração e, quais as regras geradas para este propósito.

4.3. FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA PARA O PROBLEMA EM ESTUDO

Para as operações de fuzzificação e defuzzificação foram utilizadas as funções de pertiência apresentadas a seguir.

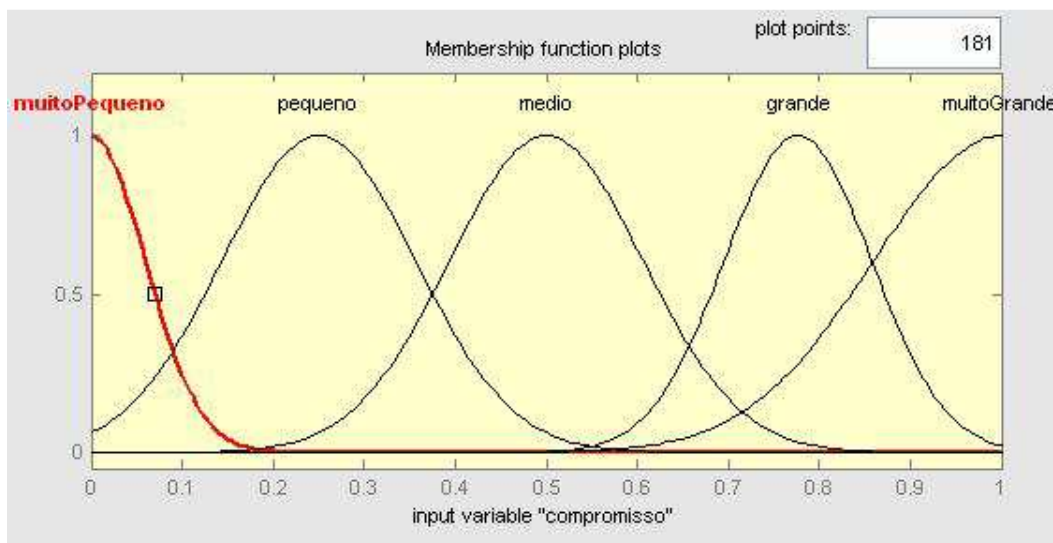
O domínio de todas as variáveis do problema foi normalizado para o intervalo [0,1]. Dessa forma, ganhamos liberdade para definir os extremos no processo de normalização, eliminando a necessidade de alterar o sistema de inferência caso haja mudança no domínio das variáveis.

Para a variável de entrada **tempo remanescente**, foram criadas as seguintes funções gaussianas de pertinência:



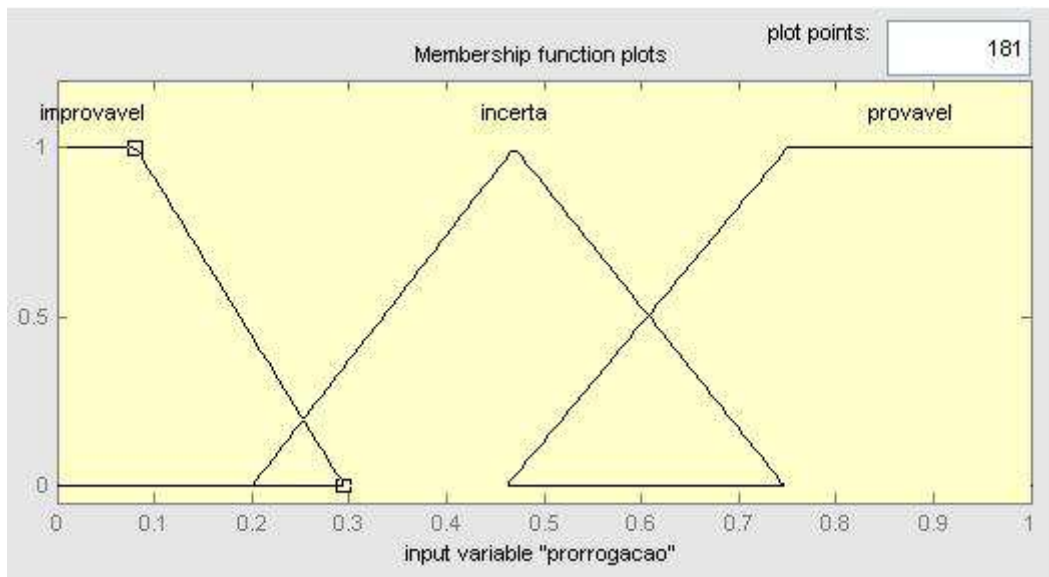
Para projetarmos um valor de entrada para intervalo normalizado, foi dividido o tempo remanescente em dias, para o vencimento do período hoje ativo, pela duração do período.

O **esforço remanescente** foi caracterizado pelas funções gaussianas apresentadas a seguir:



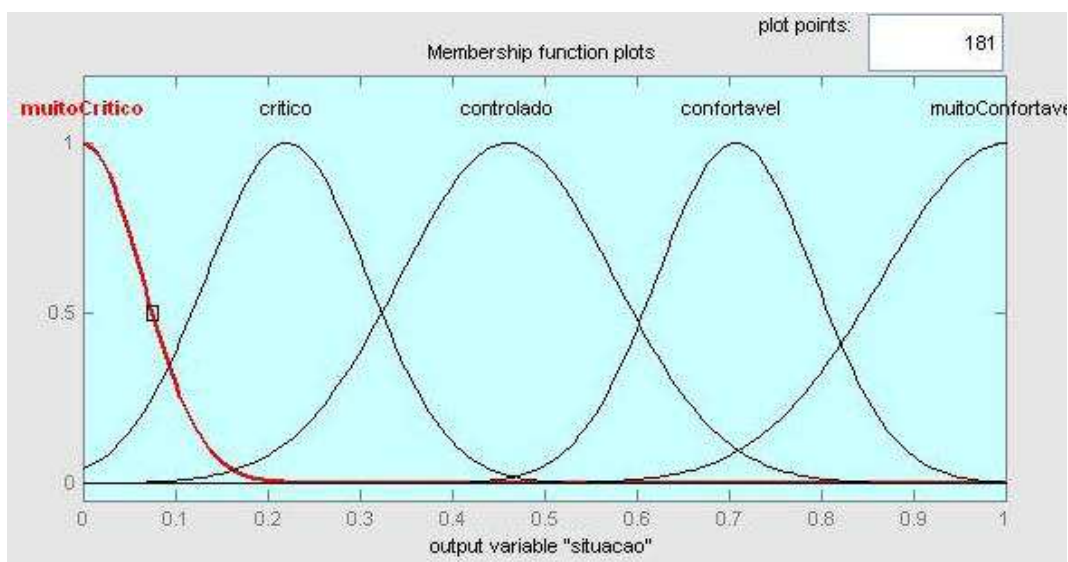
De mesma forma que foi feita na variável **tempo remanescente**, para se determinar o valor do esforço, ou compromisso, remanescente dividiu-se a quantidade de esforço (UTs) ainda por serem executadas pelo número total ofertado.

No caso da variável **prorrogação**, ao invés de serem utilizadas funções gaussianas, foram utilizadas as funções trapezoidal e triangular, conforme exibido no gráfico apresentado a seguir.



O processo de normalização considerou que temos três estados para a negociação de prorrogação de datas, em grau crescente de probabilidade desta se concretizar: planejada, em andamento e acordado (quase oficial). Sendo assim, o processo de normalização leva a valores fixos, justificando a escolha desses tipos de função de pertinência.

Finalmente, para a representação da variável de saída, a **situação do bloco**, foram definidas as seguintes funções gaussianas de pertinência:



Para as três variáveis com função de pertinência gaussiana (tempo, compromisso e situação), procuramos acentuar os conjuntos mais críticos para o compromisso, aliviando a avaliação no outro extremo. A intenção foi gerar o indicador de alerta para os blocos que realmente estão em situação mais crítica.

Os conjuntos e formatos escolhidos permitiram uma mudança gradual da situação do bloco, não gerando falsos alertas.

4.4. AVALIAÇÃO DE REGRAS DE INFERÊNCIA

As regras de inferência, também conhecidas como a base do conhecimento, correspondem ao núcleo do sistema Fuzzy especialista. No nosso caso, muitas de tais regras foram derivadas do próprio edital e do modelo para contratos de concessão, disponibilizados pela ANP, no seu site da Internet relativo aos leilões e em entrevistas com técnicos da área de gestão do portfólio exploratório. Estes técnicos também nos apoiaram na seleção das funções matemáticas para a construção das funções de pertinência. Estas regras foram definidas no formato:

SE <premissa1> E <premissa2> E ... ENTÃO <conseqüente>

A avaliação das regras, baseada na teoria dos conjuntos Fuzzy, será apresentada na próxima seção. A listagem a seguir apresenta as 37 regras que foram implementadas para se chegar ao diagnóstico da situação de um bloco:

1. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *muito_pequeno*) ENTÃO situacao É *muito_comfortavel*;
2. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *pequeno*) E (prorrogaçao É *improvavel*) ENTÃO situacao É *critico*;
3. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *pequeno*) E (prorrogaçao É *incerta*) ENTÃO situacao É *controlado*;
4. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *pequeno*) E (prorrogaçao É *provavel*) ENTÃO situacao É *confortavel*;
5. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *medio*) E (prorrogaçao É *improvavel*) ENTÃO situacao É *critico*;
6. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *medio*) E (prorrogaçao É *incerta*) ENTÃO situacao É *critico*;
7. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *medio*) E (prorrogaçao É *provavel*) ENTÃO situacao É *controlado*;
8. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogaçao É *improvavel*) ENTÃO situacao É *muito_critico*;
9. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogaçao É *incerta*) ENTÃO situacao É *muito_critico*;

10. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogação É *provável*) ENTÃO situação É *crítico*;
11. SE (tempo É *muito_curto*) E (compromisso É *muito_grande*) ENTÃO situação É *muito_crítico*;
12. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *muito_pequeno*) ENTÃO situação É *confortável*;
13. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *pequeno*) ENTÃO situação É *controlado*;
14. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *medio*) ENTÃO situação É *crítico*;
15. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogação É *improvável*) ENTÃO situação É *muito_crítico*;
16. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogação É *incerta*) ENTÃO situação É *crítico*;
17. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *grande*) E (prorrogação É *provável*) ENTÃO situação É *controlado*;
18. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogação É *improvável*) ENTÃO situação É *muito_crítico*;
19. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogação É *incerta*) ENTÃO situação É *muito_crítico*;
20. SE (tempo É *curto*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogação É *provável*) ENTÃO situação É *controlado*;
21. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *muito_pequeno*) ENTÃO situação É *muito_confortável*;
22. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *pequeno*) ENTÃO situação É *confortável*;
23. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *medio*) ENTÃO situação É *controlado*;
24. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *grande*) ENTÃO situação É *controlado*;
25. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogação É *improvável*) ENTÃO situação É *crítico*;

26. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogaçao É *incerta*) ENTÃO situacao É *critico*;
27. SE (tempo É *medio*) E (compromisso É *muito_grande*) E (prorrogaçao É *provavel*) ENTÃO situacao É *controlado*;
28. SE (tempo É *longo*) E (compromisso É *muito_pequeno*) ENTÃO situacao É *muito_comfortavel*;
29. SE (tempo É *longo*) E (compromisso É *pequeno*) ENTÃO situacao É *muito_comfortavel*;
30. SE (tempo É *longo*) E (compromisso É *medio*) ENTÃO situacao É *comfortavel*;
31. SE (tempo É *longo*) E (compromisso É *grande*) ENTÃO situacao É *controlado*;
32. SE (tempo É *longo*) E (compromisso É *muito_grande*) ENTÃO situacao É *controlado*;
33. SE (tempo É *muito_longo*) E (compromisso É *muito_pequeno*) ENTÃO situacao É *muito_comfortavel*;
34. SE (tempo É *muito_longo*) E (compromisso É *pequeno*) ENTÃO situacao É *muito_comfortavel*;
35. SE (tempo É *muito_longo*) E (compromisso É *medio*) ENTÃO situacao É *comfortavel*;
36. SE (tempo É *muito_longo*) E (compromisso É *grande*) ENTÃO situacao É *comfortavel*;
37. SE (tempo É *muito_longo*) E (compromisso É *muito_grande*) ENTÃO situacao É *comfortavel*;

4.5. OPERADORES FUZZY

No caso deste trabalho no que diz respeito à interseção Fuzzy (ou AND lógico) foi escolhido, dentre as t-normas, pelo uso do operador MIN. Klir e Yuan (KLIR e YUAN, 1995) mostram que este operador produz, para quaisquer conjuntos Fuzzy dados, o maior conjunto Fuzzy dentre aqueles produzidos por todas as interseções Fuzzy possíveis.

$$\mu A \cap B (x) = \min(\mu A(x), \mu B(x))$$

Já entre as t-conormas, foi utilizado neste trabalho a união padrão (Max) que, por sua vez, produz a menor de todas as possíveis uniões Fuzzy:

$$\mu A \cup B (x) = \max(\mu A(x), \mu B(x))$$

Para o caso da implicação conforme apresentado anteriormente usaremos a fórmula lógica a seguir:

$$J(a, b) = \sup\{ x \in [0,1] \mid i(a, x) \leq b \}, \forall a, b \in [0,1],$$

onde i denota uma interseção Fuzzy contínua.

Como também já dito anteriormente no caso das defuzzificação iremos usar a conversão do conjunto de saída (situação do bloco) em um valor crisp (indicador da situação do bloco).

No nosso caso, escolha do método de defuzzificação não alterou de forma significativa os resultados. Por isso, optamos pela aplicação o método do centróide.

4.6. FERRAMENTAS UTILIZADAS

A princípio fui utilizado o software MATLAB da empresa MathWorks (THE MATHWORKS) para a construção e visualização das regras. Estas regras foram testadas e validadas e por fim achou-se por bem transcrevê-las junto à aplicação de acompanhamento de blocos já existente hoje baseando no modelo das informações hoje já existentes no sistema.

A aplicação utilizou a biblioteca “Fuzzy Logic Library for .NET” (AIDMITRY) para a avaliação das regras de inferência. Esta biblioteca se mostrou muito interessante pois a mesma permitiu uma grande flexibilidade na definição de regras, funções de pertinência e escolha de operadores. Como esta ferramenta é uma biblioteca de código aberto é possível inclusive estender suas funcionalidades conforme necessário, o que não foi o caso deste trabalho.

Para a visualização dos resultados foi gerado um arquivo Excel com as situações dos blocos para posteriormente serem visualizados pelo aplicativo “Microsoft Treemapper”. Esta também se mostrou muito simples de usar dependendo apenas de um arquivo de entrada e gerando o treemap automaticamente.

5. RESULTADOS

A solução gerada se mostrou apropriada para representar a situação dos alguns blocos exploratórios hoje ativos. Esta abordagem foi bem aceita por gerentes da área de exploração da Petrobras que aprovaram a aplicação da teoria de conjuntos Fuzzy para modelar, em termos lingüísticos, o estágio de realização do programa ofertado pelas empresas de petróleo à ANP.

Após a implementação do mecanismo de inferência na aplicação de acompanhamentos foi disponibilizado no mesmo a geração de um arquivo Excel com os dados pertinentes aos blocos das bacias exploratórias em que a Petrobrás possui algum tipo de participação. Pegamos os dados referentes a duas destas bacias e importamos os dados pelo programa “Microsoft Treemapper” para melhor visualização através do treemap.

Apresentamos abaixo uma das telas do aplicativo que resume o status dos blocos para duas bacias geológicas selecionadas. Os dados reais foram substituídos por fictícios pelo teor de sigilo da informação.

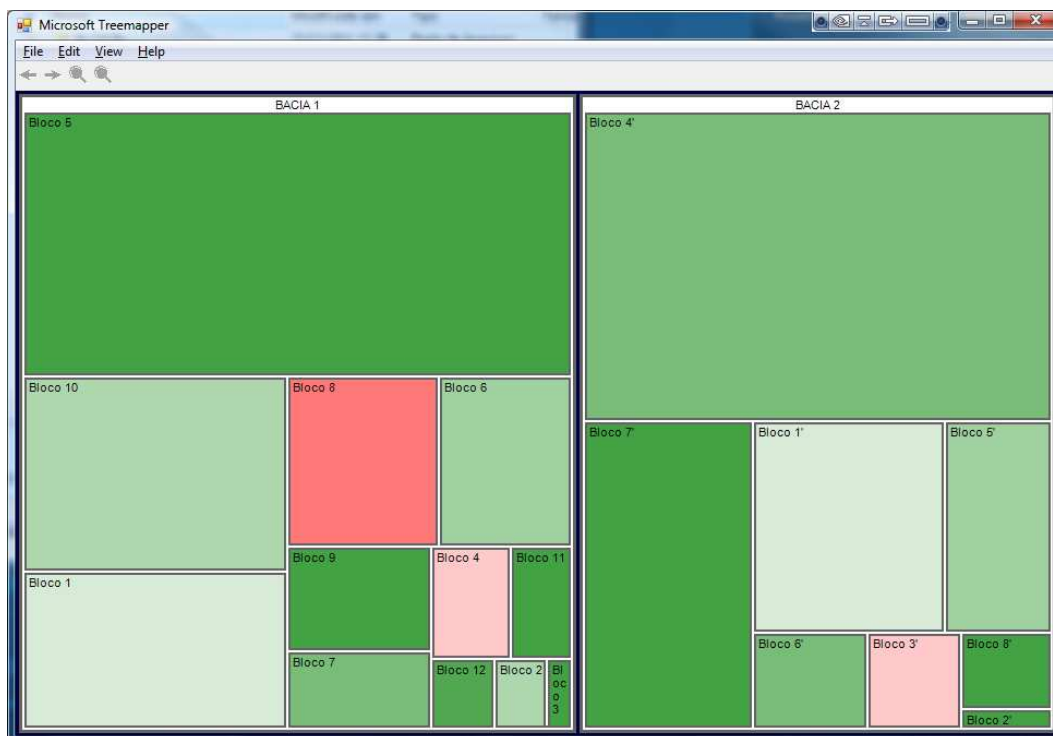


Ilustração 1: Treemap de duas bacias

Na ilustração 1 podemos ter uma visão geral de diversos blocos das duas bacias selecionadas. Para melhor análise a ferramenta permite uma navegação

somente para uma bacia permitindo assim que a mesma fique em maior destaque. Ao fazermos esta opção obtemos a visão recuperada na ilustração 2.

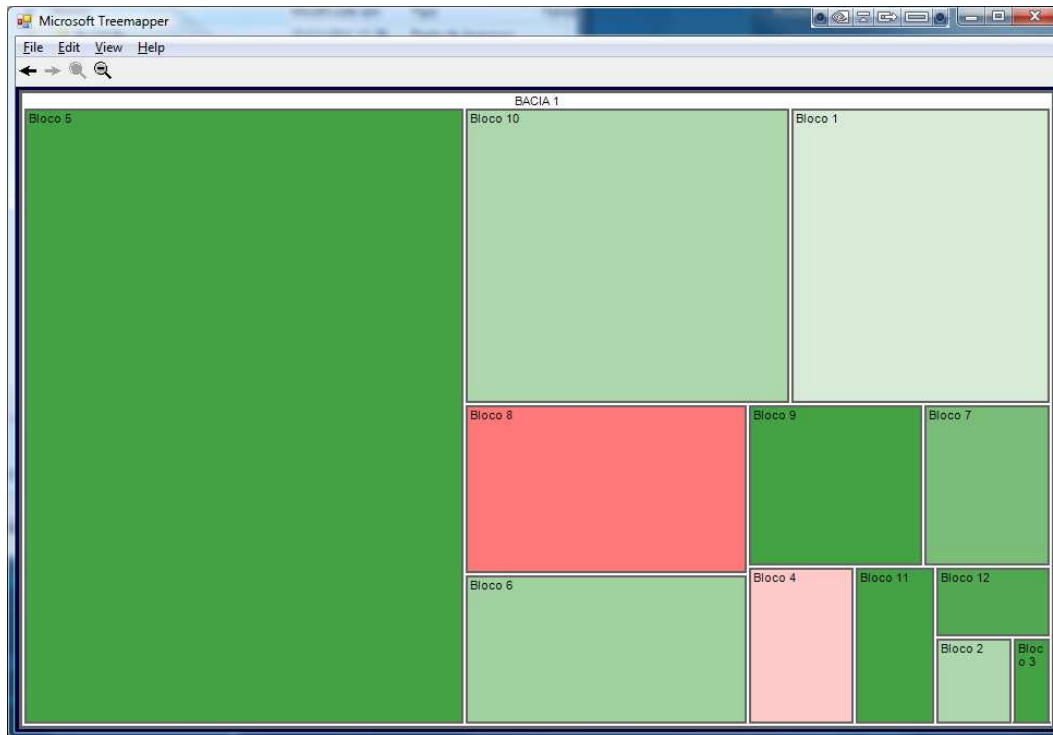


Ilustração 2: Detalhamento da Bacia 1

Já na ilustração 2, que permite um maior detalhamento, podemos observar que existem alguns blocos, numerados 6 e 10, por exemplo, com grande potencial e que esta em situação sob controle, observável pelos tons de verde claro. Já o bloco 5, que apresenta o maior potencial dentre toda a bacia, tem situação bastante confortável. Em compensação, o bloco 8 está em uma situação bem crítica e deve ser observado com atenção.

Estas observações foram rapidamente extraídas na representação de Treemap. O indicador gerado pelo sistema Fuzzy consolida uma grande quantidade de informações sobre compromissos dos blocos e o Treemap nos dá uma maneira fácil de enxergá-los, tendo ainda a vantagem de representar a importância de cada bloco analisado. Portanto, consideramos que esta abordagem conduziu a uma solução robusta de fácil implementação.

6. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O objetivo deste trabalho foi realizar a construção de um protótipo de um sistema de inferência Fuzzy. Este sistema visa diagnosticar a situação de blocos no que diz respeito ao cumprimento do Programa Exploratório Mínimo, em áreas de concessão para atividades de exploração petrolífera.

A aplicação da teoria de conjuntos Fuzzy para modelar este problema em termos lingüísticos foi bem aceita pelas gerências que solicitaram a solução. A utilização da visualização dos resultados por treemap também foi considerada satisfatória.

Resta atender a demanda de estender esta solução para contemplar outros fatores. Neste caso, a questão do licenciamento ambiental foi considerada apenas de forma indireta pela variável prorrogação, uma vez que pendências relacionadas à obtenção da licença implicariam, com freqüência, na necessidade de se solicitar a postergação do prazo de vencimento do compromisso. Adicionalmente, o controle de garantias financeiras também deveria ser contemplado em um indicador.

Seria necessário construir mais três sistemas Fuzzy para gerar indicadores sobre, respectivamente, garantias financeiras, licenciamento ambiental e potencial ainda não testado. A saída destes três sistemas, somadas a saída do que propomos aqui para o PEM, seriam entradas de um quarto sistema Fuzzy. Este ponderaria a criticidade de cada componente gerando um indicador unificado, representando a situação do bloco em relação à ANP de maneira geral.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANP. **Site da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis**, 2011. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br>>. Acesso em: 15 nov. 2011.
- BORGES, I.; CASTRO, L. A **ANP E SUA FUNÇÃO REGULADORA DA INDÚSTRIA PETROLÍFERA**. 2º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo & Gás. Natal: [s.n.]. 2003.
- CHENG, L.-Y. **Informações subjetivas no estudo do conforto ambiental: Uma Introdução às Abordagens Baseadas na Teoria dos Sistemas Nebulosos**. Campinas: [s.n.], 2001.
- DVORAK, A. et al. **Computer in Industry**. Ostrava: [s.n.], v. 51, 2003. 269-280 p.
- KALUZHNY, D. Fuzzy Logic Library for Microsoft.Net. Disponível em: <<http://sourceforge.net/projects/fuzzynet/>>. Acesso em: 21 dez. 2011.
- KLIR, G. J.; YUAN, B. **Fuzzy sets and fuzzy logic - theory and applications**. Londres: [s.n.], 1995.
- MANDANI, E. H. **Applications of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems**. [S.l.]: [s.n.], 1977.
- MENDONÇA, C. F. G. F. D. **Implementação de um Sistema de Predição utilizando o modelo nebuloso Takagi-Sugeno no software Excel**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2009. Dissertação de Mestrado.
- MORAES, O. B. D. **Método de análise de dados para avaliação de áreas urbanas recuperadas**, São Paulo, 2008. Tese de Doutorado.
- PRATES, G. M. **Treemaps Aplicados ao Gerenciamento de Ativos em Rede**. Belo Horizonte: [s.n.], 2008.
- TANSCHKEIT, R. **Material de curso da disciplina SISTEMAS BASEADOS EM CONHECIMENTO POR LÓGICA FUZZY**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2011.
- ZADEH, L. A. **Fuzzy sets - Information and Control**. [S.l.]: [s.n.], v. 8, 1965. 338-353 p.